

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Перший проректор

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Програма навчальної дисципліни

Квантова статистика

(назва навчальної дисципліни)

напрямок \_\_\_\_\_ 6.040203 – «Фізика» \_\_\_\_\_  
(шифр, назва напрямку)

спеціальність \_\_\_\_\_  
(шифр, назва спеціалізації)

спеціалізація \_\_\_\_\_  
(шифр, назва спеціалізації)

факультет \_\_\_\_\_ фізичний \_\_\_\_\_

2015 / 2016 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету (інституту, центру)

“18” вересня 2015 року, протокол № 7

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

**Єрмолаєв Олександр Михайлович, доктор фіз.-мат. наук, професор;**  
**Рашба Георгій Ілліч, канд. фіз.-мат. наук, доцент.**

Програму схвалено на засіданні кафедри  
теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця

Протокол від “7” вересня 2015 року протокол № 8

Завідувач кафедри теоретичної фізики академіка І.М. Ліфшиця

\_\_\_\_\_ (Рашба Г.І.)  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією  
фізичного факультету

\_\_\_\_\_ назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “17” вересня 2015 року № 1

Голова методичної комісії \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ Макаровський М.О.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “**Квантова статистика**” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки першого рівню вищої освіти – бакалавр

напряму підготовки 6.040203 – фізика  
спеціальності

Розвиток теоретичної фізики завжди відображається на змісті навчальних програм для студентів фізичних спеціальностей університетів. Наприклад, розвинутий у другій половині минулого сторіччя метод квантових функцій Гріна у теорії конденсованого стану речовини поступово був впроваджений у навчальний процес. Ця тенденція зберіглася досі. Розвинуті у квантовій теорії поля функціональні методи наполегливо проникають у квантову статистику і кінетику. На жаль цей процес ще не знайшов належного відображення у змісті навчальних програм. Адекватно відобразити цю тенденцію у змісті програми по курсу «Квантової статистики» для студентів – одне із завдань авторів наступної програми.

Автори цієї програми головну увагу приділяють викладу функціональних методів у квантовій статистиці, в теорії конденсованого стану речовини. Поряд з такими традиційними методами як вторинне квантування, матриця густини у програмі запланований розгляд когерентних станів бозонів і ферміонів, алгебри Грассмана, континуальних інтегралів по комплексним та грассмановим змінним. Виклад загальної теорії згідно цієї програми супроводжується прикладами, в яких пояснюються властивості нормальних провідників у магнітному полі і без нього, надплинні і надпровідні системи.

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни “Квантова статистика” є методи квантової теорії поля у статистичній фізиці та кінетиці, зокрема функціональні методи та їх використання з метою розрахунків фізичних характеристик електронної рідини у провідниках.

Програма навчальної дисципліни складається з таких розділів:

**Розділ 1. Основні положення квантової механіки. (теми 1-9)**

**Розділ 2. Вторинне квантування. (теми 10-21)**

**Розділ 3. Когерентні стани бозонів і ферміонів. (теми 22-28)**

**Розділ 4. Матриця густини. (теми 29-46)**

### **1. Мета та завдання навчальної дисципліни**

1.1. **Мета** викладання навчальної дисципліни “Квантова статистика” є розгляд на лекціях зі студентами сучасних методів квантової теорії поля у квантовій статистиці з метою подальших розрахунків термодинамічних величин конденсованих систем. Планується викласти сучасний теорфізичний формалізм, який використовується з метою розрахунків властивостей електронної рідини у конденсованих провідниках.

- 1.2. **Основними завданнями** вивчення дисципліни “Квантова статистика” є навчити студентів:
- основним поняттям квантової механіки, необхідним для подальшого викладання цього курсу,
  - володіти технікою вторинного квантування бозонів та ферміонів, вміти використовувати цей формалізм з метою опису електронів провідності у провідниках при наявності магнітного поля та без нього,
  - боголюбівській теорії надплинності та надпровідності,
  - використовувати когерентні стани з метою опису одновимірного гармонічного осцилятора, а також системи бозонів,
  - короткий вступ до розділу математики – алгебри Грассмана, необхідної для побудови когерентних станів ферміонів,
  - розраховувати гаусівські інтеграли по комплексним та грассмановим змінним,
  - представляти амплітуду переходу системи між когерентними станами та статистичну суму у вигляді континуальних інтегралів,
  - формалізму матриці густини та його використанню з метою опису змішаних станів макроскопічних квантових систем,
  - розгляду матриці густини у базисі когерентних станів,
  - представляти матрицю густини у вигляді континуального інтегралу.
- 1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

**знати:** методи сучасної квантової статистики.

**вміти:** застосовувати належним чином формалізм вторинного квантування, матриці густини, когерентних станів та континуального інтегрування в процесі дослідження макроскопічних систем.

## 2. Опис навчальної дисципліни

Найменування показника	Галузь знань (предметна область), напрям, спеціальність, рівень вищої освіти / освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 3.6	Галузь знань (предметна область) 0402 Фізико-математичні науки.  Напрямок: 6.040203 – фізика.	Вибіркова
Індивідуальне науково-дослідне завдання курсова робота (назва)	Спеціальність:	Рік підготовки 4-й
Загальна кількість годин – 108	Рівень вищої освіти (освітньо-кваліфікаційний рівень) Бакалавр.	Семестри
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4 год. в 8-му семестрі. Самостійної роботи студента – 3 год. в 8-му семестрі.		8-й
		Лекції
		60 год.
		Практичні, семінарські
		немає
		Лабораторні
		немає
		Самостійна робота
		48 год.
		Індивідуальні завдання:
0 год.		
Вид контролю:		
самостійні письмові роботи індивідуальні залікові завдання <b>залік</b>		

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить (%):

для денної форми навчання – 125 %.

### 3. Виклад змісту навчальної дисципліни 8-й семестр

#### Розділ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ.

- Тема 1. Формалізм Дірака у квантовій механіці.
- Тема 2. Оператор еволюції.
- Тема 3. Представлення Шредінгера, Гейзенберга і Дірака.
- Тема 4. Матриця розсіяння.
- Тема 5. Континуальні інтеграли.
- Тема 6. Амплітуда переходу осцилятора.
- Тема 7. Заряд у магнітному полі.
- Тема 8. Квазікласичне наближення.
- Тема 9. Функція Гріна для одночастинкового рівняння Шредінгера.

#### Розділ 2. ВТОРИННЕ КВАНТУВАННЯ

- Тема 10. Хвильова функція бозонів у представленні вторинного квантування.
- Тема 11. Квантово-механічні величини та оператори. Гільбертів простір хвильових функцій.
- Тема 12. Оператори знищення та породження бозонів.
- Тема 13. Комутаційні співвідношення для операторів знищення та породження бозонів.
- Тема 14. Перетворення операторів знищення та породження при зміненні базису.
- Тема 15. Польові оператори.
- Тема 16. Оператори фізичних величин у представленні вторинного квантування.
- Тема 17. Неідеальний бозе-газ.
- Тема 18. Вторинне квантування ферміонів.
- Тема 19. Гамільтоніан взаємодіючих електронів.
- Тема 20. Частиново-дірковий формалізм.
- Тема 21. Взаємодіючі електрони.

#### Розділ 3. КОГЕРЕНТНІ СТАНИ БОЗОНІВ І ФЕРМІОНІВ.

- Тема 22. Когерентні стани осцилятора.
- Тема 23. Функція Гріна осцилятора.
- Тема 24. Когерентні стани бозонів.
- Тема 25. Гауссівські інтеграли.
- Тема 26. Алгебра Грассмана.
- Тема 27. Когерентні стани ферміонів.
- Тема 28. Когерентні стани і континуальні інтеграли.

#### Розділ 4. МАТРИЦЯ ГУСТИНИ.

- Тема 29. Матриця густини.
- Тема 30. Чисті та змішані стани.
- Тема 31. Матриця густини та статистичний оператор.
- Тема 32. Матриця густини складової системи.
- Тема 33. Квантове рівняння Ліувілля.
- Тема 34. Статистичний оператор у представленнях шредінгера, Гейзенберга і Дірака.
- Тема 35. Ентропія.

- Тема 36. Система у термостаті.  
 Тема 37. Одночастинкова матриця густини: вільна частинка у термостаті, осцилятор у термостаті, електрон у термостаті у магнітному полі.  
 Тема 38. Спінова матриця густини.  
 Тема 39. Матриця густини ідеального фермі-газа.  
 Тема 40. Вігнерівська функція розподілу.  
 Тема 41. Рівняння Блоха.  
 Тема 42. Матриця густини і континуальні інтеграли.  
 Тема 43. Матриця густини і когерентні стани.  
 Тема 44. Частинкові матриці густини.  
 Тема 45. Характеристична функція.  
 Тема 46. Матриця густини та вимірювання.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	с.р	
1	2	3	4	5	6	7
<b>8 семестр</b>						
<b>Розділ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ.</b>						
Тема 1.	2	1				1
Тема 2.	2	1				1
Тема 3.	2	1				1
Тема 4.	2	1				1
Тема 5.	2	1				1
Тема 6.	2	1				1
Тема 7.	2	1				1
Тема 8.	2	1				1
Тема 9.	2	1				1
<b>Разом за розділом 1.</b>	<b>18</b>	<b>9</b>				<b>9</b>
<b>Розділ 2. ВТОРИННЕ КВАНТУВАННЯ.</b>						
Тема 10.	2	1				1
Тема 11.	2	1				1
Тема 12.	2	1				1
Тема 13.	2	1				1
Тема 14.	2	1				1
Тема 15.	2	1				1
Тема 16.	2	1				1
Тема 17.	2	1				1
Тема 18.	2	1				1
Тема 19.	2	1				1
Тема 20.	2	1				1
Тема 21.	2	1				1
<b>Разом за розділом 2.</b>	<b>24</b>	<b>12</b>				<b>12</b>

<b>Розділ 3. КОГЕРЕНТНІ СТАНИ БОЗОНІВ І ФЕРМІОНІВ.</b>						
Тема 22.	2	1				1
Тема 23.	2	1				1
Тема 24.	2	1				1
Тема 25.	2	1				1
Тема 26.	2	1				1
Тема 27.	2	1				1
Тема 28.	2	1				1
<b>Разом за розділом 3.</b>	<b>14</b>	<b>7</b>				<b>7</b>
<b>Розділ 4. МАТРИЦЯ ГУСТИНИ.</b>						
Тема 29.	3	2				1
Тема 30.	3	2				1
Тема 31.	3	1				2
Тема 32.	3	2				1
Тема 33.	2	1				1
Тема 34.	3	2				1
Тема 35.	3	2				1
Тема 36.	3	2				1
Тема 37.	2	1				1
Тема 38.	3	2				1
Тема 39.	3	2				1
Тема 40.	3	1				2
Тема 41.	3	2				1
Тема 42.	3	2				1
Тема 43.	3	2				1
Тема 44.	3	2				1
Тема 45.	3	2				1
Тема 46.	3	2				1
<b>Разом за розділом 4.</b>	<b>52</b>	<b>32</b>				<b>20</b>
<b>Залік</b>						
<b>Усього годин</b>	<b>108</b>	<b>60</b>				<b>48</b>

### 5. Теми практичних занять

Не передбачені навчальним планом.

### 6. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Форма контролю
1	2	3	4
1.	Узагальнена нерівність Шварца.	1	опитування
2.	Узагальнена рівність Парсевалю.	1	опитування
3.	Власні значення та власні функції оператора проектування.	1	опитування
4.	Рух квантового осцилятора у представленні Гейзенберга.	1	опитування

5.	Хвильова функція електрона у магнітному полі в імпульсному представленні.	1	опитування
6.	Запізнювальна функція Гріна електрона та її часова фур'є-компонента у магнітному полі.	1	опитування
7.	Функція Гріна електрона у схрещених електричному та магнітному полях.	1	опитування
8.	Енергія основного стану неідеального бозе-газу.	1	опитування
9.	Оператори густин маси, імпульсу, енергії, кутового моменту системи частинок.	1	опитування
10.	Компонента Фур'є кулонівської взаємодії електронів у тривимірному та двовимірному випадках.	1	опитування
11.	Матричні елементи плоскої хвилі у базисі станів Ландау.	1	опитування
12.	Гамільтоніан взаємодії електронів з коливаннями кристалеві гратки, яка містить ізотопичні домішкові атоми з урахуванням магнітного квантування руху електронів.	1	опитування
13.	Представлення гамільтоніана міжелектронної взаємодії через оператори знищення та породження електронів у станах Ванн'є.	1	опитування
14.	Магнітні функції Ванн'є та їх фізичні властивості.	1	опитування
15.	Представлення гамільтоніана електрон-електронної взаємодії через оператори знищення та породження частинок і дірок.	1	опитування
16.	Енергія основного стану надпровідника.	1	опитування
17.	Представлення гамільтоніана феромагнетика через оператори породження та знищення магнонів. Спектр магнонів у зовнішньому магнітному полі.	1	опитування
18.	Переповненість базиса когерентних станів осцилятора.	1	опитування
19.	Матриця густини для неполяризованого пучка світла.	1	опитування
20.	Матриця густини в імпульсному представленні. Навести приклади.	1	опитування
21.	Матриця густини частинки у термостаті в одновимірному та двовимірному випадках.	1	опитування
22.	Матриця густини електрона у термостаті, який здійснює двовимірний рух у магнітному полі перпендикулярному площині руху.	1	опитування
23.	Матриця густини тривимірного гармонічного осцилятора у термостаті.	1	опитування
24.	Матриця густини електрона у схрещених електричному та магнітному полях.	1	опитування
25.	Спінова матриця густини електрона у магнітному полі.	1	опитування
26.	Вігнерівська функція розподілу для гармонічного осцилятора у термостаті.	1	опитування
27.	Граничний перехід до класичної статистики у виразі для вігнерівської функції розподілу електронів у магнітному полі.	1	опитування
28.	Рівняння Блоха для тривимірного ізотропного гармонічного осцилятора у термостаті та для електрона у магнітному полі.	1	опитування
29.	Знаходження матриці густини електрона у магнітному	1	опитування

	полі за допомогою континуального інтегрування.		
30.	Розрахунок континуального інтеграла за допомогою теорії збурень.	1	опитування
31.	Використання квантового рівняння Ліувілля для одновимірного осцилятора в термінах змінних дія-кут.	1	опитування
32.	Характеристичні функції для координати та імпульсу чистого та змішаного ансамблів одновимірних гармонічних осциляторів.	1	опитування
	<b>Разом</b>	<b>48</b>	

Після викладу кожного розділу цього курсу у рамках самостійної роботи студентам пропонуються завдання. Вони покликані стимулювати більш глибоке вивчення теоретичного матеріалу курсу студентами. Деякі з цих завдань можуть використовуватися як курсові та дипломні роботи.

### 7. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

### 8. Методи навчання

Лекції, самостійна робота.

### 9. Методи контролю

Контрольні роботи за розділами, домашні завдання, залік з урахуванням результатів поточного контролю.

### 10. Розподіл балів, які отримують студенти

#### Залік (8-семестр)

Поточне тестування та самостійна робота		Сума
Розділ 1, 2	Розділ 3, 4	
T1-T21	T22-T46	100
Контрольна робота – 30 Домашні завдання – 20	Контрольна робота – 20 Індивідуальне завдання - 10 Домашні завдання – 20	

### 11. Рекомендоване методичне забезпечення

1. Робоча програма навчальної дисципліни.
2. Авторські навчальні посібники (див № 8-16 у п. 11 нижче)
3. Навчальні посібники, монографії, наукові статті.
4. Мультимедійні презентації лекцій.

### Базова література

1. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. – М.: Физматгиз, 1962. – 444 с.
2. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. ч. 2. – М.: Физматлит, 2000. – 494 с.
3. Каданов Л., Бейм Г. Квантовая статистическая механика. – М.: Мир, 1964. – 256 с.
4. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. – М.: Наука, 2002. – 536 с.
5. Зубарев Д.Н., Морозов В.Г., Рёпке Г. Статистическая механика неравновесных процессов. – М.: Физматлит, 2002. – Т. 1. – 432 с.; 2002. – Т. 2. – 296 с.
6. Negele J.W. and Orland H. Quantum Many-Particle Systems. – California: Addison-Wesley Publ. Co., 1988. – 456 p.
7. Блейзо Ж-П., Рипка Ж. Квантовая теория конечных систем. – Киев: Феникс, 1998. – 480 с.
8. Єрмолаєв О.М., Рашба Г.І. Вступ до статистичної фізики і термодинаміки. – Х. : ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2004. – 516 с.
9. Ермолаев А.М., Рашба Г.И. Лекции по квантовой статистике и кинетике. Часть 1. – Х.: 2007 Видавн.відділ НМЦ. Учебное пособие. – 68 С.
10. А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба Лекции по квантовой статистике и кинетике. Часть 2. Вторичное квантование. Учебное пособие, Вид. Центр ХНУ, Харків, 2008, 70 с.
11. А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба Лекции по квантовой статистике и кинетике. Часть 3. Когерентные постоянные бозонов и фермионов. Навч. посібник. Видавнич. центр ХНУ, Харків, 2008, 57 с.
12. Ермолаев А.М., Рашба Г.И. Лекции по квантовой статистике и кинетике. Ч.4 Матрица плотности // Учебное пособие, Вид. Центр ХНУ, Харків, 2009, 70 с.
13. Ермолаев А.М., Рашба Г.И. Лекции по квантовой статистике и кинетике. Ч.5 Функции Грина в квантовой статистике. // Учебное пособие, Вид. Центр ХНУ, Харків, 2009, 144 с.
14. Ермолаев А.М., Рашба Г.И. Лекции по квантовой статистике и кинетике. Ч.6 Метод функций Грина в квантовой кинетике // Учебное пособие, Изд. ХНУ, Харьков, 2010. – 100 с.
15. Ермолаев А.М. Лекции по квантовой статистике и кинетике. Ч.7. Метод Келдыша в квантовой кинетике : Учебное пособие/ А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба. – Харків: вид. Центр ХНУ, 2012. – 72 с.
16. Ермолаев А.М., Рашба Г.И. Взаимодействующие электроны : учебно-методическое пособие // Видавництво ФОП «Ляпин А.А.», м. Харків, 2015. – 90 с.

### Допоміжна література

1. Вопросы квантовой теории необратимых процессов. – М.: ИИЛ, 1961. – 365 с.
2. Келдыш Л.В. Диаграммная техника для неравновесных процессов // ЖЭТФ. – 1964. – 47, в. 4(10). – С. 1515-1527.
3. Kamenev A., Andreev A. Electron-electron interactions in disordered metals: Keldysh formalism // Phys. Rev. – 1999. – B60, № 4. – P. 2218-2238.
4. Danielewicz P. Quantum theory of nonequilibrium processes // Ann. Phys. – 1984. – 152. – P. 239-326.
5. Rammer J., Smith H. Quantum field-theoretical methods in transport theory of metals // Rev. Mod. Phys. – 1986. – 58, № 2. – P. 323-359.
6. Botermans W. and Malfliet R. Quantum transport theory of nuclear matter // Phys. Rep. – 1990. – 198, № 3. – P. 115-194.
7. Zagoskin A.M. Quantum theory of many-body systems: Techniques and applications. – New

- York: Springer, 1998. – 244 p.
8. Babichenko V.S. and Kozlov A.N. Functional method for the random-field systems with inelastic scattering // *Solid State Communications*. – 1986. – 59, № 1. – P. 39-43.
  9. Райдер Л. Квантовая теория поля. – М.: Мир, 1987. – 512 с.
  10. Цвелик А. М. Квантовая теория поля в физике конденсированного состояния. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с.
  11. Feigel'man M.V., Larkin A.I., Skvortsov M.A. Keldysh action for disordered superconductors // *Phys. Rev.* – 2000. – B61, № 18. – P. 12361-12388.
  12. Ермолаев А.М., Рашба Г.И. К теории магнитопримесных состояний электронов в проводниках // *ФНТ*. – 2004. – 30, № 1. – С. 69-73.
  13. Andersen J.O. Theory of the weakly interacting Bose gas // *Rev. Mod. Phys.* – 2004. – 76, № 2. – P. 599-639.
  14. Березин Ф.А. Метод вторичного квантования. – М.: Наука, 1965. – 236 с.
  15. Kuang-chao Chou, Zhao-bin Su, Bal-lin Hao and Lu Yu. Equilibrium and nonequilibrium formalisms made unified. *Phys. Rep.*, 118, № 1,2, 1985, p. 1-131.
  16. Kamenev A. Many-body theory of non-equilibrium systems // *arXiv: cond-mat/0412296v2* 7 Feb.– 2005. – P. 1-71.
  17. Kamenev A. and Levchenko A. Keldysh technique and nonlinear  $\sigma$ -model: basic principles and applications // *Depart. of Phys. Univ. of Minneap., MN55455, USA, Febr. 21.* – 2009. – P. 1-102.
  18. Kita T. Introduction to nonequilibrium statistical mechanics with quantum field theory // *arXiv: 1005.0393 v1 [cond-mat. stat-mech]* 3 May. – 2010. – P. 1-78.
  19. Зинн-Жюстен Ж. Континуальный интеграл в квантовой механике. – М.: Физматлит, 2010. – 356 с.

### Інформаційні ресурси

1. Учебні матеріали на сайті кафедри теоретичної фізики  
[http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students\\_study\\_ukr.html](http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students_study_ukr.html)  
[http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students\\_ref\\_ukr.html](http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students_ref_ukr.html)
2. Відеолекції та відкриті освітні матеріали МФТІ  
<http://lectoriy.mipt.ru/course/viewall/>